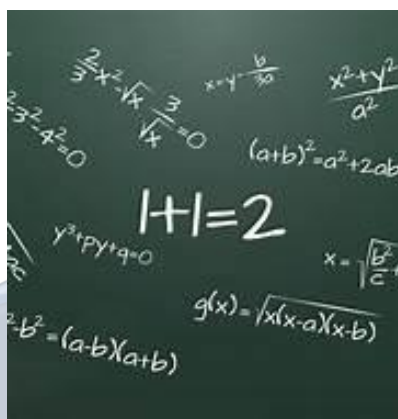


經濟學文章

不完全競爭廠商銷售點 競賽的數學模型分析

作者：夏玉泉



2022年4月27日

作者簡介：夏玉泉，1989年澳門東亞大學工商管理學士及1996年亞洲（澳門）國際公開大學工商管理碩士畢業生。

目錄

1. 導言.....	1
2. 生產商的市場類型.....	2
3. 銷售點決策.....	3
4. 數學模型的構建.....	5
4.1 數學建模.....	5
4.2 如何達至平衡.....	6
4.3 安全線的性質.....	7
5. 平衡點改變的條件.....	8
6. 結論.....	10

1. 導言

經濟學將產品生產商（Firm）面對的競爭情況稱為市場類型，一般所分析的是兩種完全極端的市場類型，完全競爭（Perfect Competition）及完全壟斷（Perfect Monopoly）。介於兩者之間的稱為不完全競爭（Imperfect Competition）市場，包括壟斷性競爭（Monopolistic Competition）及寡頭壟斷（Oligopoly）。基本上，壟斷性競爭及寡頭壟斷之分別不大，只是廠商數目多少之分。而相同之處，是彼此對價格、產品及廣告方面的競爭。過去香港也曾出現不完全競爭市場廠商的惡性競爭，如美心及超群餅店；百佳及惠康超市。

以百佳及惠康超市的競爭為例，它們同時將貨品價格調低；同時推出同一系列廣告宣傳；同時推出顧客優惠；及將分店（銷售點）設在競爭對手的附近，亦步亦趨地與競爭者比拼。在沒有互聯網的時代，「網購」還未出現，銷售點是生產商與顧客接觸的主要途徑，更多的銷售點能使顧客容易了解產品的屬性，對產品銷售有很大的幫助，因此設立銷售點是不完全競爭廠商爭奪市場的一種方法。但是過度開設銷售點會增加投資成本，構成對資金籌措的壓力，一個平衡銷售推廣及資金需求的均衡銷售點數目有其重要性。本文試圖建立一個數學模型來解決這個問題，除此以外，還對以下各點加以說明：一、在什麼情況下雙方的銷售點競賽才不會無限擴張而存在暫時的平衡狀態；

二、處於這種平衡狀態下雙方擁有最少的銷售點數目是多大?這個數目受那些因素影響?三、當一方採取諸如銷售點推廣策略、加推廣告宣傳等措施時，平衡狀態會發生什麼變化?

2. 生產商的市場類型

完全競爭及完全壟斷是兩個極端的市場類型，它們都是經濟學在研究市場類型時首先被介紹的。完全競爭市場的特點包括，買者及賣者眾多，彼此都不能對產品價格施加影響；各賣者的產品無差異，購買決策根據價格做出的；賣者之間的資源容易轉移，市場進入及退出不受限制。面對完全競爭市場的廠商是受價者（Price taker）¹，所以他們沒有決策自主權，只要與整個行業的行動方向一致，便能夠在市場上生存。

相反，在完全壟斷的市場中，只有一個賣者，而買者數目對壟斷市場沒有關係；對購買者而言，產品並沒有其它替代品；潛在廠商進入市場困難，或根本被禁止進入。所以完全壟斷市場的廠商是尋價者（Price Searcher）²，產品價格可在一個範圍內隨意決定，所以他們有完全決策自主權。

現實中，完全競爭及完全壟斷的市場是不存在的，有的只是相近而已，實際的廠商都介於完全競爭及完全壟斷類型之間。壟斷性競

¹ 市場中的每一個人（買者或者賣者），他們所面對的價格都是由市場給定的，指的是賣方只能接受，不可以決定產品的價格。

² 市場內賣買雙方對價值有影響能力，由於賣方有絕對的權力去決定自己貨品的價格，所以可以在某一價格水平下尋找利潤最大化的價格。

爭便是其中之一，其特點是廠商的數目很多，而每家的產品都有其獨特的地方，能吸引一部分忠實的購買者或回頭客。這些獨特之處，或許是品質上的差別。其次是每家的產品功能幾乎沒有區別，可以互相替代。當產品的市場佔有率由兩、三個廠商所有時，便是寡頭壟斷類型。這種市場類型統稱為不完全競爭市場。

不同於完全競爭及完全壟斷，不完全競爭市場的廠商在市場決策上的自主權頗大。由於各廠商產品的功能沒有差別，假如價格較低，總能吸引一些購買者；又如果增進產品之品質或改進對顧客的服務，顯現出產品與眾不同，亦能把購買者從別家廠商挖過來；甚至採用廣告宣傳及廣設分店向潛在購買者提供產品資訊，都是不完全競爭廠商可使用的市場策略。然而重要的是，個別廠商的行為，將使競爭者採取回應，反擊行動是其結果。因此不完全競爭廠商的決策結果會受競爭對手的反應所影響，故廠商在決策前必須衡量對手的可能反應而選擇合適的策略。

3. 銷售點決策

設立銷售點是零售業（Retail）的經營方式，原因是零售業以最後消費者為主要對象，亦由於個人顧客佔零售業收入來源的 50%以上，所以零售商的最大功能，是提供顧客方便（尤其是個人顧客），除了可以在同時同地選購不同種類的商品外，銷售點的位置也需要以

方便顧客為目的。一般來說，銷售點通常選擇在中心商業區、地區購物中心、社區購物中心、及住宅鄰近購物中心。

對於超市這類零售業，銷售點多設於住宅鄰近的購物中心，就是方便個人顧客為出發點。以惠康及百佳兩超市在香港的競爭情況可見，他們除使用「廉價策略」及「產品差異」方式與對手較量外，在設立分店（銷售點）數目方面似有惡性競爭之嫌。尤以上世紀 90 年代以後，惠康及百佳兩超市的分店數字如火箭般急升，如表 1 所示。當然分店愈多，入貨數量便愈大，成本也愈低，這或許是兩大超市增加分店的原因。但是爭奪高的顧客覆蓋率可能是最主要的原因。

超市集團 ³	1974 ³	1982 ³	1984 ³	1993 ³	2005 ³
惠康 ³	19 ³	50 ³	85 ³	185 ³	250 ³
百佳 ³	12 ³	40 ³	89 ³	165 ³	221 ³
全港超市數目 ³	62 ³	289 ³	462 ³	560 ³	680 ³

表 1：香港兩大超級市場集團的分店數目（家），1974 年–2005 年 7 月

資料來源：李樹甘、楊偉文《跨業集團經營模式對市場經濟的影響—香港超級市場個案研究》，香港樹仁學院，2005 年 10 月

兩大超市惠康及百佳作為市場上寡頭壟斷的廠商（參看表 2 中市場佔有率數據）³，在 90 年代「網購」還沒有出現的年代，利用分店網絡加強與客戶接觸是提升競爭力的方法。當時兩大超市確曾出現廣設分店的惡性競爭現象。從經濟學角度看，設置分店需要衡量成本效益的。分店增加，競爭力固可提升，但卻增加了投資的成本，因此並非分店愈多愈是有利。那麼分店應該擴張到何種程度才是最優？以

³ 1993 年兩大超市已佔總市場超過 50%份額，因此屬於寡頭壟斷市場。

下利用數學模型加以說明。

超市集團 ^o	1974 ^o	1982 ^o	1984 ^o	1993 ^o	2005 ^o
惠康 ^o	30.65 ^o	17.30 ^o	18.40 ^o	33.04 ^o	36.76 ^o
百佳 ^o	19.35 ^o	13.84 ^o	19.26 ^o	29.46 ^o	32.50 ^o
佔全港超市比率 ^o	50 ^o	31.14 ^o	37.66 ^o	62.50 ^o	69.26 ^o

表 2：香港兩大超級市場集團的市場佔有率 (%)，1974 年–2005 年 7 月
資料來源：李樹甘、楊偉文《跨業集團經營模式對市場經濟的影響—香港超級市場個案研究》，香港樹仁學院，2005 年 10 月

4. 數學模型的構建

通過數學建模（Mathematical Modelling），用數學語言及方法近似地刻劃實際問題，是科學研究的常用方法，而這種刻劃的數學描述就是一個數學模型。這些實際問題不僅僅局限於自然科學領域，並且遍及經濟、生態、人口、社會等各個領域。由於實際問題存在複雜世界上，必須將之簡化才能夠用簡單的數學語言表示出來。

4.1 數學建模

本文對寡頭壟斷廠商銷售點數目競賽之模型分析，是以雙方的銷售點數目為對象，描述雙方銷售點的規模，並假定雙方採取如下的威脅戰略（假設）：

1. 認為對方可能發起對己方的同區銷售點之攻擊，即亦步亦趨地跟己方的銷售點搶奪顧客。
2. 己方在經受第一次攻擊後，應保存足夠的銷售點，給對方來一次毀滅性的反擊。

如圖 1 所示， $y = f(x)$ 為甲方擁有 x 個銷售點時，乙方採取基

本戰略所需的最小銷售點數； $x = g(y)$ 為乙方擁有 y 個銷售點時，甲方採取基本戰略所需的最小銷售點數。

我們看看曲線 $y = f(x)$ 具有什麼性質。當 $x = 0$ 時， $y = y_0$ ， y_0 是甲方在不設置銷售點時，乙方為推廣及銷售商品所需的銷售點數目，稱為乙的基本值；當 x 增加 y 亦隨之增加，為簡化起見，假設甲方在一個銷售點展開銷售攻勢時，最多只能使乙方一個銷售點受影響而結束，所以 $y = f(x)$ 不會超過直線：

$$y = y_0 + x \quad 1$$

這樣，曲線 $y = f(x)$ 應在圖 2 所示的範圍內，其大致形狀如圖 1 所示。

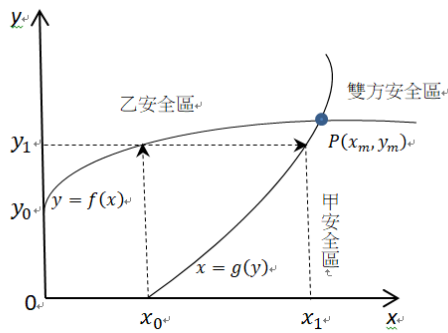


圖 1：安全區、安全線和平衡點

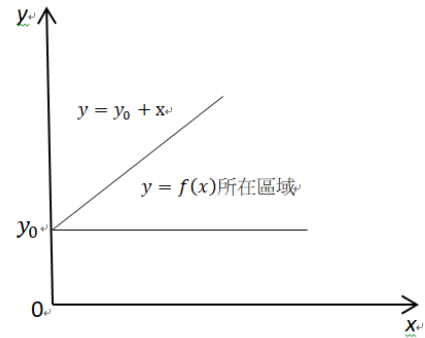


圖 2：曲線 $y = f(x)$ 的範圍

曲線 $x = g(y)$ 具有類似的性質， $y = 0$ 時 $x = x_0$ ， $x = g(y)$ 不超過直線 $x = x_0 + y$ ，圖 1 將兩條曲線畫在一起，可以證明它們會相交於一點，記交點為 $P(x_m, y_m)$ ，

4.2 如何達至平衡

這裡討論 P 點的含義。根據 $y = f(x)$ 的定義，當 $y \geq f(x)$ 時乙方是安全的（在基本戰略意義下），稱該區域為乙安全區， $y = f(x)$ 為乙安

全線。類似地， $x \geq g(y)$ 的區域為甲安全區， $x = g(y)$ 為甲安全線。兩個安全區的公共部分即為雙方安全區，是市場競賽的穩定區域，而 P 點的座標 (x_m, y_m) 則為穩定狀態下甲乙雙方分別擁有的最小銷售點數， P 點是平衡點。

假定甲方最初只有 x_0 個銷售點（基本值），乙方為了自己的安全至少要擁有 y_1 個銷售點（見圖 1），而甲方為了安全需要將銷售點數目增加到 x_1 ，如此下去雙方的銷售點數目就會趨向 x_m, y_m 。

4.3 安全線的性質

根據上述分析，可將 $y = f(x)$ 稱為乙的安全線，為了說明安全線的性質，先對一些情況作出定義：

1. 當甲針對乙作大規模市場攻勢後，因乙未能作適時的回應，乙的一些銷售點受到衝擊而倒閉，但仍有部分銷售點仍能營運，我們用 P 表示乙的銷售點未倒閉的比率，稱為乙的殘存率，其中 $0 < p < 1$ 。

2. 如果我們允許 x, y 連續取值，考慮 $x = \alpha y$ ， α 為大於零的任意實數，表示甲乙雙方銷售點數目之比，簡稱乙方的交換比率。

3. 這裡可以設想 $y = f(x)$ 的形式為

$$y = \frac{y_0}{p^\alpha} = \frac{y_0}{p^{x/y}} \quad 2$$

它應該是圖 1 中 $y = f(x)$ 的曲線，利用微積分的知識可以證明這是一條上凸的曲線。

$x = g(y)$ 有類似的形式，曲線是向右凸的，其中的 p 應為甲方的殘存率。可以證明，這樣兩條曲線 $y = f(x)$ 和 $x = g(y)$ 必定相交，並且交點是唯一的，如圖 1 所示。

若基本值 y_0 變大，曲線上移，且變陡；若殘存率 p 變大，則 y 減少，曲線變平；若交換比率 α 變大，則 y 增加，曲線變陡。甲安全區 $x = g(y)$ 有類似的性質。利用這些性質可以解釋市場競賽中平衡點 $P(x_m, y_m)$ 的變化。

5. 平衡點改變的條件

1. 若甲方增加經費如發展產品品質及加強客戶服務，而其他因素不變，則乙方的基本值 y_0 將變大，那麼乙安全線 $y = f(x)$ 的上移會使平衡點變為 $P'(x'_m, y'_m)$ ，如圖 3 所示。顯然有 $x'_m > x_m, y'_m > y_m$ ，說明雖然甲方的防禦是被動的，但也會使雙方的競爭升級。

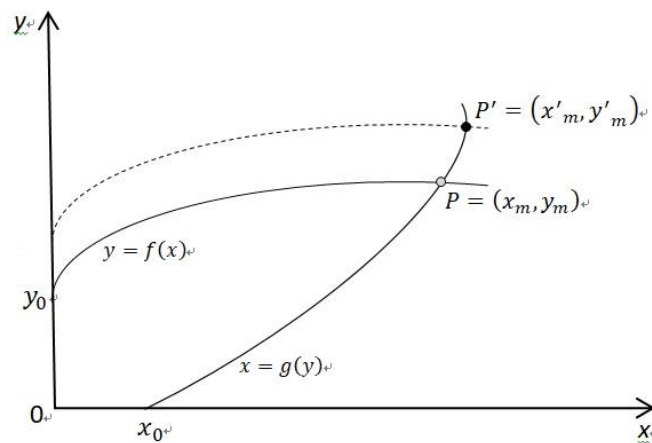


圖 3：平衡點改變解釋 1 的示意圖

2. 若甲方增加市場營運成本，意味著如果乙方向甲方進行降價或其他的競爭，甲方的銷售點都能夠得到資金保障，這時乙安全線

$y = f(x)$ 不變（試說明其基本值 y_0 、殘存值 p 和交換比 α 均不變），而甲方的殘存率變大（基本值 x_0 和交換比 α 不變），於是 x 減少，甲安全線 $x = g(y)$ 向 y 軸靠近，平衡點變為 $P'(x'_m, y'_m)$ ，如圖 4。顯然有 $x'_m < x_m$ ， $y'_m < y_m$ ，說明甲方這種單獨行為，會使雙方的銷售點減少。

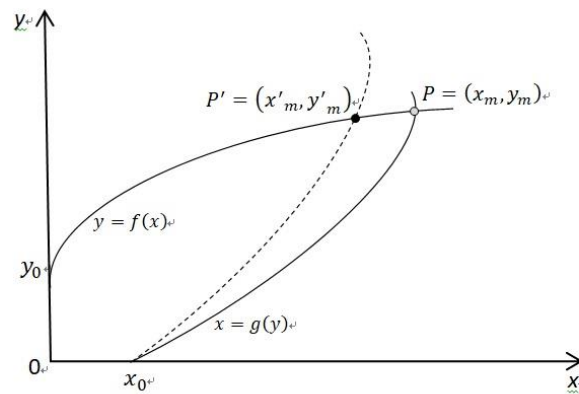


圖 4：平衡點改變解釋 2 的示意圖

3. 若雙方各自發展一些獨特的商品，每種商品都有不同的目標市場，則雙方的基本值 x_0 ， y_0 均減少，殘存率不變，而交換比變大。乙安全線由於 y_0 的減少而下移且變平，又由於交換比的變大，使 y 增加且曲線變陡。甲安全線有類似的變化，此時平衡點變為 $P'(x'_m, y'_m)$ 或 $P''(x''_m, y''_m)$ ，如圖 5 所示的兩種情況。究竟會使雙方的銷售點增加還是減少，需要更多的訊息及更精細的分析。

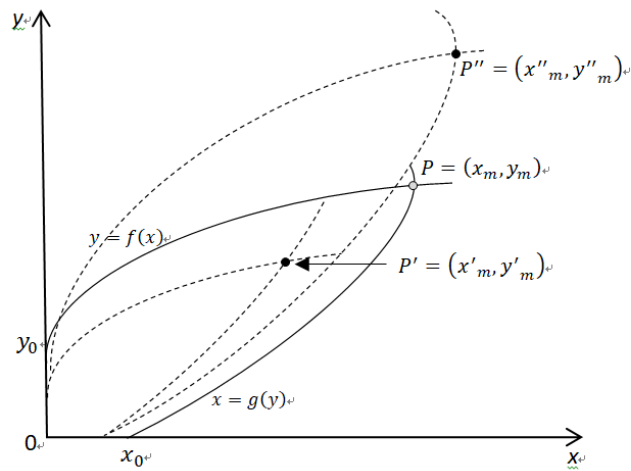


圖 5：平衡點改變解釋 3 的示意圖

6. 結論

從模型可以得知，競爭廠商的銷售點數目，與殘存率及交換比率有關。假如一方有實力抗衡對手的市場攻勢，平衡點會降低；若一方的現存銷售點數目較多，那麼雙方的平衡點則上升。這解釋了寡頭壟斷商採用產品差異及廣告等策略增加本身實力的原因；也解釋了在個別情況下，寡頭壟斷商在設置銷售點決策上出現惡性競爭的原因。

與此同時，雖然市場競賽問題初看起來似乎與數學無關，但是如果把所謂威懾戰略作一些合理、簡化的假說，就能用一個簡單的模型來描述雙方在競爭策略上相互制約、達到平衡的過程。

然而隨著互聯網的普及，網上購物已經成為時尚，銷售點競賽的市場競爭模式已經不復存在，似乎數學模型分析之目標需要轉移至其它社會現象中去。

參考文獻

1・專著類

H. Craig Petersen、W. Cris Lewis 著，吳德慶譯校《管理經濟學》，中國人民大學出版社，1998 年 10 月第一版

王福重著《經濟學這樣讀才懂》，木馬文化事業股份有限公司，2011 年 6 月初版

梁禮昌著《營銷系統與分銷渠道》，收錄在《現代企業管理》，商務印書館，1994 年 3 月第一版

Philip Kotler 著，黃天佑、俞海琴、蔡淑娟編譯《行銷學原理》，五南圖書出版公司，民國七十七年一月初版

戴明強、李衛軍、楊鵬飛主編《數學模型及其應用》，北京科學出版社，2007 年 2 月第一版

2・學術論文

李樹甘、楊偉文《跨業集團經營模式對市場經濟的影響—香港超級市場個案研究》，香港樹仁學院，2005 年 10 月