

## 從博弈論看古代中國人的智慧

現實世界競爭無處不在，不單在軍事上，商場中往往拚過你死我活而後快者矚目。要在競爭中取勝，除了懂得收集所需資訊外，還要懂得分析所面對的競爭環境。「博弈論」(Game Theory)就是一種幫助分析競爭環境的工具，它透過數學方法，尋找競爭對手在既定行動下己方之最優方案。西方最早研究「博弈論」始於 1913 年的策墨洛〔Zermelo〕，後經馮·諾伊曼〔V. Neumann〕和摩根斯〔Morgenstern〕把它引進經濟學，再經納殊〔J. F. Nash〕利用不動點定理證明均衡點的存在，為「博弈論」一般化奠定了堅實的基礎。

無可否認，現代「博弈論」在很多領域內都被廣泛應用，尤以軍事方面。但原來，在兩千多年前的中國，我們的祖先已經懂得在日常生活或作戰中選擇最優之行動策略而擊敗對手。雖然他們並不知道什麼是「博弈論」，然而很多時候他們所選擇的對策都合乎「博弈論」的結論。本文將以兩個中國史書曾記載的歷史事實，從事件中主人翁所作的行動，利用「博弈論」分析技巧指出他們的行動均合乎「博弈論」之結論，來說明古代中國人的智慧實不下於當今通曉數學之士。

戰國時期齊國的大將田忌，很喜歡賽馬，有一回，他和齊威王〔約公元前 378 年至公元前 320 年〕約定，要進行一場比賽。他們商量好，把各自的馬分成上，中，下三等。由於齊威王每個等級的馬都比田忌的馬強，所以比賽了幾次，田忌都失敗了。後來孫臏向田忌提議轉換比賽策略，田忌依計而行，終於取得勝利。孫臏的策略是田忌分別用下等馬、中等馬及上等馬迎戰齊威王的上等馬、下等馬及中等馬；由於田忌每匹高於齊威王一等級的馬，其實力都較齊威王的強，因此經過三局比賽後，在三局兩勝制下，田忌贏了齊威王。由於調換一下比賽馬匹的出場次序，就得到轉敗為勝的結果。

孫臏的策略可用博弈矩陣 (Games Matrix) 來加以分析。圖一是田忌與齊威王賽馬博弈矩陣，矩陣上方及左方分別是齊威王及田忌之備選行動。由於雙方均將馬匹分為三個等級，所以各人出馬的次序就有六種〔 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 〕。根據三局兩勝賽制下，在任何兩局中獲勝的一方便成為贏家，矩陣內列出的是雙方贏或輸的賽果，當然還包括和局。前者表示田忌、後者表示齊威王。田忌若要取勝，他所選擇的行動必需參照齊威王的不同行動而改變，這是說齊威王的行動策略，對田忌所擬選擇的行動是息息相關的，這也是「博弈論」的前提條件。不難看出，無論齊威王的馬匹出場次序如何，田忌只要分別用下等馬、中等馬及上等馬迎戰齊威王的上等馬、下等馬及中等馬，便可穩操勝券。

在田忌與齊威王賽馬博弈例子中，博弈各方都清楚知道對手及己方可以使用之各種行動，而且亦明白對手若選擇某一行動時己方選取之每一行動，對雙方之收益有何影響。在「博弈論」中稱為完全訊息博弈〔Complete Information Games〕。無可否認，田忌若要勝出比賽，非要預先知道齊威王每局出賽馬匹的等級，然後決定以什麼等級馬匹迎戰。現實情況未必符合這樣條件。正如兩家競爭企業，其中一方要知道對手企業將在市場上推出什麼樣的產品，是件費煞思量的事情，那

又怎能選擇有效的行動迎擊？話雖如此，但仍可透過以往經驗，獲得對手最大可能選擇之行動，「重複博弈」就是研究這類問題。既然田忌與齊威王均喜歡賽馬，彼此應該不止第一次作賽了，田忌大可參考齊威王過往出馬等級的次序，推測齊威王每局的行動方案。

		齊 威 王					
		上	上	中	中	下	下
		中	下	上	下	上	中
		下	中	下	上	中	上
田忌	上 中 下	和，和	和，和	和，和	贏，輸	輸，贏	和，和
	上 下 中	和，和	和，和	贏，輸	和，和	和，和	輸，贏
	中 上 下	和，和	輸，贏	和，和	和，和	和，和	贏，輸
	中 下 上	輸，贏	和，和	和，和	和，和	贏，輸	和，和
	下 上 中	贏，輸	和，和	和，和	輸，贏	和，和	和，和
	下 中 上	和，和	贏，輸	輸，贏	和，和	和，和	和，和

圖一：田忌與齊威王賽馬博弈矩陣

秦朝末年〔約公元前 207 年〕，群雄紛起，戰國時代各國王族後裔，也都打著舊有的國號，招兵抗秦。秦國大將章邯率兵反擊，不僅大勝當時勢力較強的楚軍，還乘勝追擊攻趙，兵圍趙國的重鎮鉅鹿城。趙王便向各國求救，可是大家畏於形勢，認為連楚軍都被打敗了，自己又怎麼可能抵擋得住秦軍呢？於是各國都不敢出兵援助。眼看秦國日益強大，而各路的反抗軍卻畏縮不前，楚國的大將項羽便決定再度發動攻擊。他為了激勵軍隊的士氣，就想出了一個方法。項羽在帶領楚軍渡過黃河之後，便下令將渡河的船鑿沉，表示決不回頭；又打破煮飯的鍋子，燒掉駐紮的營帳，並發給每人三天的乾糧，以示必勝之決心，不做任何撤退

的打算。項羽的這番舉動，使得將士個個都抱著「只許前進、不准後退」的決心，因此楚軍無不奮勇殺敵。經過九次大戰，終於擊退了秦軍，解除了鉅鹿城的危機。

		秦 國〔章邯〕	
		全力 作戰	按兵 不動
楚 國 〕項羽〔	奮勇 殺敵	4, 3	4, 2
	消極 抵抗	5, 10	5, 5

圖二：秦、楚決戰博弈矩陣

上述秦、楚決戰的形勢，從圖二可以盡窺全豹。當時兩軍對壘的環境下，彼此分別有兩種備選行動：秦國一是全力作戰、一是按兵不動，不予圍剿；而帶領楚軍的項羽，除消極抵抗秦軍外，還可選擇奮勇作戰希望殺出生機。對秦國來說楚是挑戰者，必須全力毀滅其勢力，否則會動搖秦國的統治地位，因此全力作戰是秦國的佔優策略〔Dominant Strategy〕；對楚國來說，由於雙方兵力懸殊，要戰勝秦國確實談何容易，所以消極抵抗是楚軍的佔優策略。

利用圖二加上「博弈論」分析，假如項羽採用奮勇殺敵行動，章邯採取全力作戰或按兵不動，所獲得之利益分別是 3 及 2，全力作戰對秦軍而言是較優；如果項羽採用消極抵抗，章邯採取全力作戰或按兵不動，所獲得之利益分別是 10 及 5，全力作戰對秦軍仍是較優。所以全力作戰是秦軍的佔優策略。再從項羽角度看，假如章邯採用全力作戰行動，項羽採取奮勇殺敵或消極抵抗，所獲得之利益分別是 4 及 5，消極抵抗對楚軍而言是較優；如果章邯採用按兵不動行動，項羽採取奮勇殺敵或消極抵抗，所獲得之利益也是 4 及 5，消極抵抗仍是楚軍的較優行動。所以消極抵抗就成為楚軍的佔優策略。

從博弈矩陣分析所獲得之結果與當時兩軍之形勢吻合，問題是項羽如何在極其不利的環境下扭轉劣勢？雖然消極抵抗對楚軍來說似屬無法改變之事實，但是倘若楚軍一旦敗北，項羽圖謀復國的希望就此幻滅。項羽聰明之處，是懂得運用「博弈論」技巧，他大幅削減楚軍採取消極抵抗的收益，使楚軍的佔優策略由消極抵抗變成奮勇殺敵。大軍渡過黃河之後，項羽下令將渡河的船鑿沉、打破煮飯的鍋子、燒掉駐紮的營帳、並發給每人三天的乾糧。目的除表示決不回頭，及不

做任何撤退的打算外，重要是帶給將士們一個訊息：若不打勝這場仗的話，所有人都不可存活下來。終於項羽這個置之死地而後生的策略，果然奏效。

項羽「破釜沉舟」的目的，是藉此大幅削減楚軍採取消極抵抗行動所取得之收益。圖三是項羽「破釜沉舟」後秦、楚兩軍之形勢。現在假如楚軍使用消極抵抗行動，不論秦軍採取全力作戰還是保留實力，他的收益都會由原先的 5 滑落至 -1。這是說無論秦軍採用什麼行動，此時對楚軍而言奮勇殺敵是唯一之選擇〔可以獲得 4 單位收益〕。「博奕論」不但能夠將複雜的競爭環境用簡單的語言表達出來，還可據此把一致認為是理所當然的行動，由局中人所擬採取之行動所取代。達到運籌帷幄，決勝千里之目的。

		秦 國〔章邯〕	
		全力 作戰	保留 實力
楚 國〕項羽〔	奮勇 殺敵	4, 3	4, 2
	垂死 抵抗	-1, 10	-1, 5

圖三：「破釜沉舟」後秦、楚兩軍之形勢

「博奕論」對分析競爭環境及選擇優勢行動均有極佳的幫助，它的優點是能夠將複雜環境簡化、清晰顯示出競爭者的各種備選行動、及各行動對彼此間的影響。從上述兩個歷史事件看，孫臏及項羽所處之時代，中、西方還沒有出現「博奕論」這門學問，然而孫臏及項羽在賽馬及作戰的行動上，卻用上現代「博奕論」的分析技巧。這又不得不佩服我們中國古代聖賢的智慧了！