Max von Laue 1911

Comments to Laue *Das Relativitätsprinzip* 1911 (pdf at donation at https://archive.org/details/dasrelativittsp00lauegoog)

z.37

Um zu den Transformationsformeln zu gelangen, fragen wir nach denjenigen linearen Beziehungen zwischen x', y', z', t' und x, y, z, t, welche die Wellengleichung (16)

$$\varDelta \varphi - \frac{1}{c^2} \ddot{\varphi} = 0$$

in sich selbst überführen; d. h. für welche die Identität gilt:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (19)$$

Denn Gleichung (16) ist die mathematische Formulierung des Gesetzes der Lichtfortpflanzung. Linear wählen wir diese Substitutionen, weil anderenfalls der Anfangspunkt der Koordinaten und der Nullpunkt der Zeit wenigstens in einem von beiden Systemen ausgezeichnete Punkte würden, welche man nicht ohne wesentliche Änderungen verlegen kann. Wir betrachten aber die Gleichwertigkeit aller Raumpunkte und Zeitmomente als ein empirisch festgestelltes, nach dem Relativitätsprinzip für beide Systeme geltendes Naturgesetz. Ferner setzen wir fest, daß entsprechende Koordinatenachsen in beiden Systemen einander parallel, und zwar die x- und x'-Achse der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ parallel sein sollen, mit welcher das gestrichene System K' sich gegen das ungestrichene K bewegt; und daß schließlich den Werten $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $t = 0$ die Werte $x' = 0$, $y' = 0$, $z' = 0$, $t' = 0$ entsprechen sollen. Die allgemeinsten Gleichungen, welche diesen Bedingungen genügen, lauten:

$$\left.\begin{array}{c} x' = \varkappa(v)\left(x - vt\right) \quad y' = \lambda(v) y \quad z' = \lambda(v) z \\ t' = \mu(v) t - \nu(v) x \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

wo $\varkappa(v)$, $\lambda(v)$, $\mu(v)$ und $\nu(v)$ noch zu bestimmende Funktion von v sind. Zunächst ist nämlich einleuchtend, daß es nur eine ausgezeichnete Richtung, die der x-Achse gibt. Schon aus diesem Grunde können y und z in der Gleichung für t' nicht auftreten, da sonst die Richtung bevorzugt wäre, deren Richtungskosinus sich wie die Koeffizienten von x, y, z verhalten. Ferner muß die Ebene $x' = 0$ mit der Ebene $x = vt$, die Ebene $y' = 0$ mit $y = 0$ und $z' = 0$ mit $z = 0$ identisch sein. Die Proportionalitätsfaktoren zwischen y' und y sowie zwischen z' und z müssen schließlich wegen der Gleichwertigkeit aller zu x senkrechten Richtungen dieselben sein.

Durch die Substitutionen (20) wird eine Funktion

$$\varphi\left(x', y', z'\ t'\right) = \varphi\left(\varkappa(x - vt), \lambda y, \lambda z, \mu t - \nu x\right)$$

daraus folgt:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \varkappa \frac{\partial \varphi}{\partial x'} - \nu \frac{\partial \varphi}{\partial t'}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\varkappa v \frac{\partial \varphi}{\partial x'} + \mu \frac{\partial \varphi}{\partial t'}.$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \varkappa^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} - 2 \varkappa \nu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x' \partial t'} + \nu^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \lambda^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2},$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \varkappa^2 \frac{v^2}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} - 2 \frac{\varkappa \mu v}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x' \partial t'} + \frac{\mu^2}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2} = \lambda^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2}.$$

Soll also Gleichung (19) als Identität gelten, so müssen bei der Summation der letzten vier Gleichungen die Koeffizienten von

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2}, \quad -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2},$$

alle gleich 1 werden, der von $\dfrac{\partial^2 \varphi}{\partial x' \partial t'}$ dagegen verschwinden, d. h. es muß

$$\lambda(v) = \pm 1, \quad \varkappa(v) = \mu(v) = \frac{\pm 1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \nu(v) = \mu(v)\frac{v}{c^2}$$

sein. Für $\varkappa$, λ und μ wählen wir wegen der Parallelität von x und x', y und y', sowie z und z', und damit für $v = 0$ t' in t und nicht in $-t$ übergeht, das positive Vorzeichen. Die Gleichungen (20) nehmen dann die Form an:

ds*ds=0 is also a mathematical
formulation of Postulate II c=invariant

but this only lead to ds*ds=F(x,y,z,t) ds'*ds' as in Cunningham comparing with conformal mappings
(E. Cunningham, The Principle of Relativity Cambridge University Press 1914 p. 86
(pdf at donation at https://archive.org/details/principleofrelat00cunnuoft)
or ds*ds=Kds'*ds' as in Rindler 1960 (see link on main text on my page LT) where K=±1 K=+1 gives ordinary LT (and K=-1 SLT (v>c which they miss)

That $\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\ddot{\varphi} = 0$ in all IS seems not necessarily lead to identity but at least the constancy of velocity of light is fulfilled even if $\Delta\varphi - \frac{1}{c^2}\ddot{\varphi}$ = K($\Delta\varphi' - \frac{1}{c^2}\ddot{\varphi}'$)
K is just a scale factor for φ or $\sqrt{K}$ scale factor for r and t
But Laue claim only K=1

But seems to me Laue can not exclude K=-1 which gives SLT with v>c in 2D, or 4D or 6D.