

CÁLCULO DE APROXIMACIÓN A CRÍTICO

Orso J. A.⁽¹⁾

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (UNR) – CNEA

RESUMEN

La posición de la barra de control para la condición del estado crítico de un reactor nuclear depende de muchos factores, por ejemplo, de la temperatura y de la configuración de los elementos combustibles dentro del núcleo, entre otros, por lo cual, en muchas ocasiones, no se puede conocer a priori.

En el presente trabajo se desarrollan los cálculos teóricos para la obtención de una ecuación que permite realizar el cálculo de la posición de la barra de control para la condición de crítico (aproximación a crítico) del reactor RA-4; y que se utilizará para la realización de un software que realice el cálculo ingresando la tasa de cuentas del canal de pulsos del reactor y la longitud extraída, en cm, de la barra de control.

Para la realización del cálculo final de la aproximación a crítico se utiliza una función obtenida experimentalmente que indica la reactividad de la barras de control en función de su posición y se trabaja matemáticamente hasta la obtención de una función lineal, mediante la cual se obtiene la longitud de la barra de control que debe ser extraída para llevar al reactor a la posición de crítico.

1. INTRODUCCIÓN TEÓRICA

Si en la condición de subcrítico de un reactor nuclear, la eficiencia de un detector de neutrones y la tasa de neutrones introducidos por la fuente de neutrones no cambian a medida que se extrae la barra de control, se verifica:

$$\varepsilon_{i_{j+1}} = \varepsilon_{i_j} \text{ y } Q'_{(j+1)} = Q'_j$$

Por lo tanto existe una relación de proporcionalidad inversa entre la tasa de cuentas y la reactividad, suponiendo que la eficiencia del detector y la tasa de neutrones introducidos por la fuente no cambian a medida que se extrae la barra.

$$\frac{CR_{ij}}{CR_{i(j+1)}} = \frac{\rho_{(j+1)}}{\rho_j} = \frac{\$_{(j+1)}}{\$_j} \quad (1)$$

donde CR_{ij} es el conteo de neutrones para el detector i en el estado j , $CR_{i(j+1)}$ es el conteo de neutrones para el mismo detector en el estado $(j+1)$, $\rho_{(j)}$ y $\rho_{(j+1)}$ reactividades para los estados j y $(j+1)$ respectivamente, y $\$$ reactividad en dólares.

La reactividad correspondiente a un porcentaje x de extracción de una barra de control, se puede expresar con la ecuación:

$$\rho_{B(x)} = \rho_0 f(x) \quad (2)$$

⁽¹⁾ orsojose@hotmail.com

donde $\rho_{B(x)}$ es la reactividad correspondiente a un porcentaje x de extracción de una barra de control, ρ_0 es la efectividad de la barra y $f(x)$ es la fracción de la reactividad de la barra de control en función del porcentaje de extracción.

Suponiendo que el reactor llega a crítico ($\rho=0$) con un porcentaje x_c de una barra extraída, la reactividad ρ_j del estado subcrítico “j” con la barra extraída un porcentaje $x_j < x_c$ se puede expresar de la siguiente manera:

$$\rho_j = \rho(x_j) = \rho_0 [f(x_j) - f(x_c)] \quad (3)$$

Para el estado subcrítico “j+1” con la barra extraída un porcentaje $x_{(j+1)} > x_j$, la expresión es:

$$\rho_{(j+1)} = \rho(x_{(j+1)}) = \rho_0 [f(x_{(j+1)}) - f(x_c)] \quad (4)$$

Reemplazando las ecuaciones 3 y 4 en la ecuación 1, se obtiene:

$$\frac{CR_{ij}}{CR_{i(j+1)}} = \frac{[f(x_{(j+1)}) - f(x_c)]}{[f(x_j) - f(x_c)]} \quad (5)$$

Normalizando la tasa de cuentas con el valor de CR_{i1} correspondiente al estado inicial desde donde se comenzó la aproximación a crítico con la barra de control extraída un porcentaje x_1 , resulta la ecuación:

$$\frac{CR_{i1}}{CR_{i(x)}} = \frac{CR_{i1} [f(x) - f(x_c)]}{CR_{i1} [f(x_1) - f(x_c)]} = cf(x) + d \quad (6)$$

que representa la ecuación de una recta en la variable independiente $f(x)$ donde $c = \frac{CR_{i1}}{Cte.i} < 0$ es la pendiente de la recta y $d = -\frac{CR_{i1} f(x_c)}{Cte.i} > 0$ es la ordenada al origen.

Realizando una extrapolación lineal a $\frac{CR_{i1}}{CR_{i(x)}} = 0$ se obtiene el valor de $f(x) = f(x_c)$ correspondiente al valor crítico. A partir de los valores de la función $f(x)$ se obtiene x_c .

Pariendo de un estado subcrítico “1” con reactividad $\rho(x_1)$ y estando el reactor en estado estacionario en el valor de equilibrio CR_{11} CR_{12} , se extrae la barra de control en pasos sucesivos, representando en un mismo gráfico cartesiano los puntos

$\left(f(x_j), \frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_j)}} \right)$ para cada estado “j” y para cada detector [1].

2. DESARROLLO

2.1 Obtención de la aproximación a crítico

A partir de un estado subcrítico estable se retira la barra de control un porcentaje x obteniéndose los valores $\left(f(x_j), \frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_j)}} \right)$ y $\left(f(x_{j+1}), \frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_{j+1})}} \right)$ correspondientes al estado subcrítico “j” y “j+1” respectivamente. Estos puntos se pueden representar un mismo gráfico, obteniéndose una recta en el plano de ecuación:

$$y = a \cdot f(x) + b \quad (7)$$

$$\text{donde } a = \frac{\frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_{j+1})}} - \frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_j)}}}{[f(x_{j+1}) - f(x_j)]} \text{ y } b = \frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_j)}} - a \cdot f(x_j)$$

De la intersección de la recta dada por la **Ecuación 7** con el eje de las abscisas se obtiene un valor constante Y que es el valor de la función f para el porcentaje de extracción correspondiente al estado crítico del reactor. **Figura 1**.

Por lo tanto:

$$Y = -\frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_j)}} \frac{[f(x_{j+1}) - f(x_j)]}{\left[\frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_{j+1})}} - \frac{CR_{i1}}{CR_{i(x_j)}} \right]} + f(x_j) \quad (8)$$

La función $f(x)$ se obtiene a partir de datos experimentales y por ajuste de dichos datos a un polinomio de tercer orden:

$$f(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (9)$$

donde: a_0, a_1, a_2, a_3 son los coeficientes del polinomio y x es el porcentaje de extracción de la barra de control. Igualando la expresión obtenida de la **Ecuación 8** para Y con $f(x)$, se obtiene:

$$Y = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (10)$$

A partir de la **Ecuación (10)**, se define la función:

$$F(x) = -Y + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (11)$$

Evaluando $F(x)$ en $x_1 = 0$ y $x_2 = 100$ se obtienen los puntos de una recta que se aproxima a la función $F(x)$.

$$Y(x) = \frac{F(x_2) - F(x_1)}{x_2 - x_1} x + F(x_1) - \frac{F(x_2) - F(x_1)}{x_2 - x_1} x_1 \quad (12)$$

De la intersección de esta última recta con el eje de las abscisas se obtiene la aproximación del porcentaje de extracción de la barra de control para el estado crítico del reactor x_c . **Figura 2.**

Para obtener una mejor aproximación lineal de la función $F(x)$, se divide el intervalo correspondiente al porcentaje de extracción de la barra de control en dos y se obtiene una aproximación lineal de $F(x)$ para cada intervalo, de la cual resulta las expresiones:

$$Y_1(x) = \frac{F(x_2) - F(x_1)}{x_2 - x_1}x + F(x_1) - \frac{F(x_2) - F(x_1)}{x_2 - x_1}x_1 \quad (13)$$

$$Y_2(x) = \frac{F(x_3) - F(x_2)}{x_3 - x_2}x + F(x_2) - \frac{F(x_3) - F(x_2)}{x_3 - x_2}x_2 \quad (14)$$

donde $Y_1(x)$ $Y_2(x)$ son las aproximaciones lineales correspondiente al primer y segundo intervalo respectivamente.

Por lo tanto la aproximación de la longitud de extracción, en centímetros, de la barra de control para el estado crítico del reactor será:

$$X = \frac{L}{100\%} \cdot x_c$$

donde L^2 es la longitud de la barra de control y x_c es el porcentaje de extracción para el estado crítico del reactor.

2.2 Obtención de la función $f(x)$

La función $f(x)$ se obtuvo a partir de datos experimentales de reactividad en función de la posición de la barra de control BC2. **Tabla 1. Figura 3.**

$$f(x) = -4.99 * 10^{-4} - 0.0019 * x + 2.5 * 10^{-4} * x^2 - 1.32 * 10^{-6} * x^3 \quad (15)$$

3. ANALISIS DE ERRORES

3.1 Error en el ajuste de la función $f(x)$

Para el análisis del error introducido en la obtención de la función $f(x)$ se consideró de importancia solamente el error debido a la medición de la posición de la barra de control. El error de apreciación en la medición de la posición de la barra de control es de $\Delta x = 1\text{mm}$, que corresponde a un error del 0,4% en el porcentaje de extracción de la barra. **Tabla 1.**

La curva de color verde corresponde al ajuste de la función $f(x)$ considerando los errores por exceso de los datos experimentales. La curva de color rojo corresponde al ajuste de la función $f(x)$ considerando los errores por defecto de los datos

² Para el RA-4 $L = 25\text{ cm}$

experimentales. Como se puede observar a modo cualitativo en la **Figura 4**, este error no es significativo.

3.2 Error en la obtención de la inversa del contaje normalizado

El error estadístico debido al recuento de sucesos al azar es:

$$\sigma = \sqrt{C^*}$$

donde C^* es número de cuentas medido por el detector por unidad de tiempo.

El resultado de la medición del número de cuentas se podrá escribir:

$$C = C^* \pm \sqrt{C^*} \quad (16)$$

Teniendo en cuenta la **Ecuación 16** y propagación de errores en la obtención de la inversa del contaje normalizado, se obtiene:

$$\frac{C_j}{C_{j+1}} = \frac{C_j^*}{C_{j+1}^*} \left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{C_j^*}} + \frac{1}{\sqrt{C_{j+1}^*}} \right) \quad (17)$$

Donde C_j^* y C_{j+1}^* son los valores de cuentas por unidad de tiempo, medidos, anterior y posterior al proceso de extracción de la barra de control [2].

De la **Ecuación 17** se puede observar que el error cometido en la medición de la inversa del contaje normalizado disminuye a medida que aumenta el número de cuentas C_j , es decir que disminuye el error con cada proceso de extracción de barra.

4. CONCLUSIONES

De las gráficas de las funciones $Y(x)$ y $F(x)$, se puede observar que la aproximación lineal de la función $F(x)$ mejora a medida que el estado crítico reactor se encuentra más cercano a los 25 cm de extracción de la barra de control. Esta aproximación de $F(x)$ comienza a tener discrepancia con $Y(x)$ para valores de posición de crítico menores a 12,5 cm, teniendo su máxima diferencia para 31,4 %³ de extracción de barra de control, esto es: 7,85 cm de extracción de la barra de control. Esta discrepancia se puede disminuir si se divide en dos el intervalo correspondiente al porcentaje de extracción de la barra de control y se realiza una aproximación lineal de $F(x)$ para cada intervalo.

Se puede observar que la fuente de error más importante en la medición de los datos para la obtención de $f(x)$ es debido al error de apreciación en el valor de la posición de la barra de control, dadas en centímetros. Siendo este error poco significativo.

Se puede ver que al aumentar el número de cuentas medidos, debidos al proceso de extracción de la barra de control, disminuye el error cometido en la obtención de la

³ Este valor se obtiene calculando $\frac{d(Y(x) - F(x))}{dx}$

inversa del conteo normalizado y por lo tanto disminuye el error cometido en la obtención del valor de la función f para el porcentaje de extracción correspondiente al estado crítico del reactor Y.

5. REFERENCIAS

- 1- Gómez, A. Física de Reactores. Cinética. 2006
- 2- Faires R., Parks B. Radioisótopos. Técnica de laboratorio.
- 3- Informe de Seguridad del RA-4. Informe Técnico.

6. FIGURAS Y TABLAS

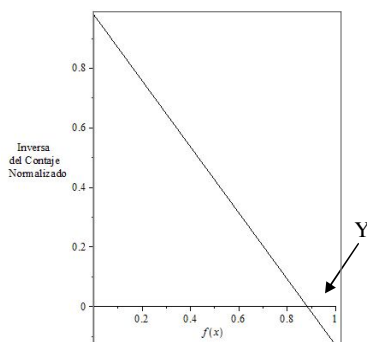


Figura 1: Extrapolación lineal para obtención del estado crítico del reactor a partir de una dada condición estable del reactor.

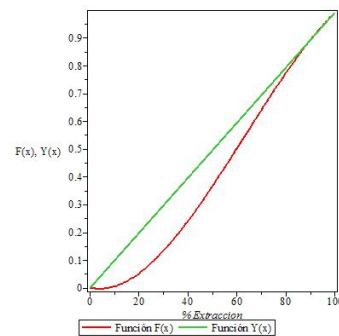


Figura 2: Aproximación lineal de la función $F(x)$. La curva de color rojo corresponde a la función $F(x)$ y la curva de color verde corresponde a la aproximación lineal de $F(x)$, $Y(x)$.

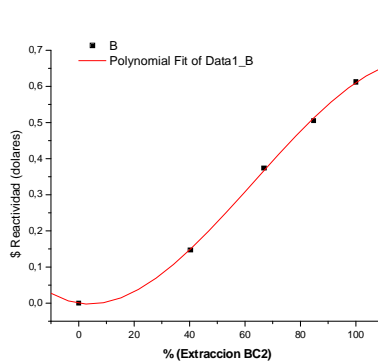


Figura 3: Reactividad en función del porcentaje de extracción para la barra BC2.

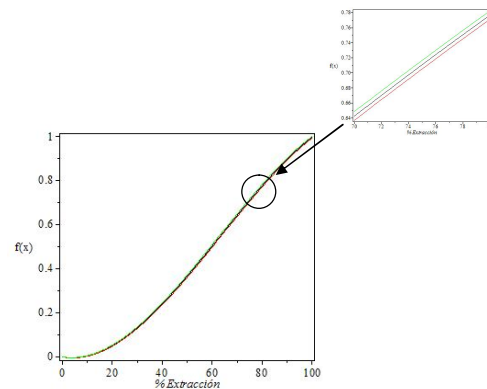


Figura 4: Error en el ajuste de la función $f(x)$ dada por la **Ecuación 15**

N° de Extracciones	% de BC2 Extraída	\$ (dólares)
0	0+/-4	0
1	40,3+/-4	0,147+/-0,001
2	66,9+/-4	0,374+/-0,002
3	84,7+/-4	0,505+/-0,002
4	100+/-4	0,613+/-0,002

Tabla 1: Reactividad vs. % de BC2 extraída [3].

APPROXIMATION TO ESTIMATION OF CRITICAL STATE

Orso J. A.⁴

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (UNR) - CNEA

ABSTRACT

The position of the control rod for the critical state of the nuclear reactor depends on several factors; including, but not limited to the temperature and configuration of the combustible elements inside the core, . Therefore, the position can not be known in advance.

In this paper theoretical estimations are developed to obtain an equation that allows calculating the position of the control rod for the critical state (approximation to critical) of the nuclear reactor RA-4; and will be used to create a software performing the estimation by entering the count rate of the reactor pulse channel and the length obtained from the control rod (in cm).

For the final estimation of the approximation to critical state, a function obtained experimentally indicating control rods reactivity according to the function of their position is used, work is done mathematically to obtain a linear function, which gets the length of the control rod, which has to be removed to get the reactor in critical position.

⁴ orsojose@hotmail.com